

תוכן עניינים

חלק 1: ישרים עם משוואה מהצורה $y = F_n \cdot x + F_{n-1}$

1. הישרים עוברים דרך הנקודות: $(\varphi, \varphi^n), (1 - \varphi, (1 - \varphi)^n)$
2. חישוב נקודות החיתוך עם הצירים, וחישוב נקודות החיתוך של הישרים הסמוכים במשפחה
3. חישוב השטח הנוצר על ידי הישר, ציר ה-x והישר $x = k$ עבור k טבעי
4. נבנה פונקציה שמייצגת את אורך הקטע האנכי המחבר את הגרפים של שתי פונקציות סמוכות במשפחה

חלק 2: משפחת פונקציות f_n מהצורה $f_n = F_n(x^2 - 1) + F_{n-1}$

1. הישרים עוברים דרך הנקודות: $(\varphi, \varphi^n), (1 - \varphi, (1 - \varphi)^n)$
2. חישוב נקודות החיתוך עם הצירים ושעורי הקודקוד
3. משוואת המשיק לגרף בנקודה כללית: בתחום העלייה ובתחום הירידה
4. חישוב שטח המשולש הנוצר על ידי המשיק ציר ה-x והישר $x = k$ עבור k טבעי
5. חישוב השטח הנוצר על ידי הגרף, שני הצירים והישר האנכי העובר דרך נקודת ההשקה

חלק 1

1. נראה שהישר $y = F_n \cdot x + F_{n-1}$ עובר דרך $(\varphi, \varphi^n), (1 - \varphi, (1 - \varphi)^n)$, על ידי זה שנראה שהנקודות

האלו מקיימות את משוואת הישר.

נראה זאת באינדוקציה על n :

(φ, φ^n) : עבור $n=1$: $\varphi = \varphi \cdot 1 + 0$

נניח שעבור $n \geq 1$: $F_n \cdot \varphi + F_{n-1} = \varphi^n$ (הנחת האינדוקציה)

ונוכיח שכן עבור $n+1$, כלומר צ"ל: $F_{n+1} \cdot \varphi + F_n = \varphi^{n+1}$.

ואכן:

$$F_{n+1} * \varphi + F_n = (F_{n-1} + F_n) * \varphi + (F_{n-1} + F_{n-2}) \\ = (F_n * \varphi + F_{n-1}) + (F_{n-1} * \varphi + F_{n-2}) = \varphi^n + \varphi^{n-1} = \varphi^{n+1}$$

$$1 - \varphi = (1 - \varphi) * 1 + 0 \quad \text{עבור } n=1: (1 - \varphi, (1 - \varphi)^n)$$

$$\text{נניח שעבור } n \geq 1: F_n * (1 - \varphi) + F_{n-1} = (1 - \varphi)^n \quad (\text{הנחת האינדוקציה})$$

$$F_{n+1} * (1 - \varphi) + F_n = (1 - \varphi)^{n+1} \quad \text{ונוכיח שכך עבור } n+1, \text{ כלומר צ"ל:}$$

ואכן:

$$F_{n+1} * (1 - \varphi) + F_n = (F_{n-1} + F_n) * (1 - \varphi) + (F_{n-1} + F_{n-2}) \\ = (F_n * (1 - \varphi) + F_{n-1}) + (F_{n-1} * (1 - \varphi) + F_{n-2}) \\ = (1 - \varphi)^n + (1 - \varphi)^{n-1} = (1 - \varphi)^{n+1}$$

2. נקודת החיתוך של הישר עם ציר y : בנקודה זו $x=0$, נמצא את y : $y=F_{n-1}$, ונק' החיתוך היא $(0, F_{n-1})$.

נקודת החיתוך של הישר עם ציר x : בנקודה זו $y=0$ ולכן נמצא את x :

$$0 = F_n * x + F_{n-1} \Rightarrow x = -\frac{F_{n-1}}{F_n} \quad \left(-\frac{F_{n-1}}{F_n}, 0\right).$$